Aide juridictionnelle et assurance de protection juridique : co-existence ou substitution dans l'accès au droit des justiciables

Lydie ANCELOT[a] Myriam DORIAT-DUBAN[y] Bruno LOVAT[z]

29 janvier 2013

[a] Lydie ANCELOT, CRIEF (Universite de Poitiers), Institut des Risques Industriels, Assurantiels et Financiers, Pole Universitaire de Niort, lydie.ancelot@univ-poitiers.fr

[y] Myriam DORIAT-DUBAN, BETA (UMR7522/CNRS/Universite de Lorraine/Universite de Strasbourg), Universite de Lorraine, myriam.duban@univ-lorraine.fr

[z] Bruno LOVAT, BETA (UMR7522/CNRS/Universite de Lorraine/Universite de Strasbourg), Universite de Lorraine, bruno.lovat@univ-lorraine.fr

ANNEXE 1 : **Relation entre équivalent certain du procès et montant du dommage**

Nous nous intéressons au lien entre σ, μ et d et nous montrons que conformément à l'intuition, l'offre de règlement amiable σ et la prime de risque μ sont fonctions monotones du seul dommage.

Résultat :

Que le demandeur marginal profite de l'aide juridictionnelle ou d'une assurance de protection juridique, l'offre de règlement amiable σ est une fonction croissante du dommage et la prime de risque μ une fonction décroissante du dommage.

Preuve :

Par définition de σ, on sait que :

$$u[y_p - d - \rho(\alpha) + \sigma] = \Phi\{u[y_p - \rho(\alpha)] - u[y_p - d - \rho(\alpha) - (1-\alpha)F]\} + u[y_p - d - \rho(\alpha) - (1-\alpha)F]$$

Or, la fonction d'utilité u étant croissante :

$$\Phi\{u[y_p - \rho(\alpha)] - u[y_p - d - \rho(\alpha) - (1-\alpha)F]\} \geq 0$$

D'où :

$$\begin{aligned} u[y_p - d - \rho(\alpha) + \sigma] &= \Phi\{u[y_p - \rho(\alpha)] - u[y_p - d - \rho(\alpha) - (1-\alpha)F]\} + u[y_p - d - \rho(\alpha) - (1-\alpha)F] \\ &> u[y_p - d - \rho(\alpha) - (1-\alpha)F] \end{aligned}$$

et :

$$y_p - d - \rho(\alpha) + \sigma > y_p - d - \rho(\alpha) - (1-\alpha)F \iff \sigma > -(1-\alpha)F$$

Dans ces conditions :

$$\begin{aligned} \sigma'(d) &= -\frac{-u'[y_p - d - \rho(\alpha) + \sigma] + (1-\Phi)u'[y_p - d - \rho(\alpha) - (1-\alpha)F]}{u'[y_p - d - \rho(\alpha) + \sigma]} \\ &= 1 - (1-\Phi)\frac{u'[y_p - d - \rho(\alpha) - (1-\alpha)F]}{u'[y_p - d - \rho(\alpha) + \sigma]} \end{aligned}$$

or $y_p - d - \rho(\alpha) + \sigma > y_p - d - \rho(\alpha) - (1-\alpha)F$ et $u'' < 0$ impliquent :

$$u'[y_p - d - \rho(\alpha) + \sigma] < u'[y_p - d - \rho(\alpha) - (1-\alpha)F]$$

donc, comme $u' > 0$:

$$-(1-\Phi)\frac{-u'[y_p - d - \rho(\alpha) + \sigma]}{u'[y_p - d - \rho(\alpha) - (1-\alpha)F]} > -(1-\Phi)$$

et finalement :

$$\sigma'(d) > 1 - (1-\Phi) \geq \Phi \geq 0 \qquad (**)$$

On vient donc de montrer que l'équivalent certain du procès croît avec le montant du dommage, à un rythme supérieur à la probabilité du demandeur de gagner le procès, Φ.

Comme :

$$\sigma = \Phi[d + (1-\alpha)F] - (1-\alpha)F - \mu \iff \mu = \Phi[d + (1-\alpha)F] - (1-\alpha)F - \sigma$$

On en déduit immédiatement que :

$$\mu^{'}(d) = [\Phi(d + (1-\alpha)F) - (1-\alpha)F - \sigma]^{'}_{d} = \Phi - \sigma^{'}(d) \leq 0$$

où μ est la prime de risque du demandeur (Pratt, 1964). Ainsi, la prime de risque diminue lorsque le dommage s'élève.

Remarque : En intégrant $(**)$: $\sigma \geq \Phi(d - d_0)$. Or, on sait que pour un individu manifestant de l'aversion pour le risque, l'équivalent certain $\sigma \geq \Phi d - F(1-\alpha)(1-\Phi)$, donc :

$$F(1-\alpha)(1-\Phi) \leq \Phi d - \sigma \leq \Phi d_0$$

La part des coûts de procès à la charge du demandeur s'il perd le procès est inférieure à la différence entre le dommage attendu et l'équivalent certain du procès, elle même inférieure au dommage attendu minimum.

Remarque :

Pour un même risque et un même niveau de richesse w, plus l'aversion pour le risque est élevée et plus la prime de risque μ l'est egalement. Ici l'aversion pour le risque du demandeur compte de moins en moins au fur et à mesure que le dommage devient important.

ANNEXE 2 : **Lemmes**

Nous établissons trois lemmes techniques. La condition (*) du lemme 1 est importante et signifie que les éléments concernés w et $w^{'}$ ne sont pas trop proches. Elle s'applique dans le papier quand le taux de couverture en PJ est suffisamment éloigné de celui en AJ.

Lemme 1. Si g est une fonction convexe et croissante et si pour $w^{'} \leq w \leq v$, on a :

$$(v - w)g^{'}(v) \leq g(v) - g(w^{'}), \qquad (*)$$

alors :

$$\forall \Phi \in [0,1] \ : g(\Phi v + (1-\Phi)w) \geq \Phi g(v) + (1-\Phi)g(w^{'})$$

Preuve

La fonction $g(\Phi v + (1-\Phi)w) = g(\Phi(v-w) + w)$ est une fonction convexe croissante en Φ située pour tout Φ dans $[0,1]$ au dessus de sa tangente en $\Phi = 1$:

$$g(\Phi v + (1-\Phi)w) \geq (v-w)g^{'}(v)(\Phi - 1) + g(v) \geq (g(v) - g(w^{'}))(\Phi - 1) + g(v)$$

et donc :

$$\forall \Phi \in [0,1] \; : g(\Phi v + (1-\Phi)w) \geq \Phi g(v) + (1-\Phi)g(w')$$

Lemme 2. Si on suppose que $r_i(\omega)$ décroît avec la fortune ω alors :
1. La fonction $u_i'(\omega)$ est convexe décroissante.
2. La fonction $g(\omega) = u_i[u_i^{-1}(\omega) + \rho]$ est , pour tout $\rho > 0$, convexe croissante.

Preuve
1. $u_i'(\omega)$ est décroissante car u_i est concave et de plus,

$$r_i'(\omega) = -\left(\frac{u_i''(\omega)}{u_i'(\omega)}\right)' = \frac{u_i''(\omega)^2 - u_i'''(\omega)u_i'(\omega)}{u_i''(\omega)^2} \leq 0 \text{ implique : } u_i'''(\omega) \geq \frac{u_i''(\omega)^2}{u_i'(\omega)} \geq 0$$

2. $r_i(\omega)$ décroît avec la fortune ω donc

$$-\left(\frac{u_i''(\omega+\rho)}{u_i'(\omega+\rho)}\right) \leq -\left(\frac{u_i''(\omega)}{u_i'(\omega)}\right)$$

puis :

$$u_i''(\omega+\rho)u_i'(\omega) - u_i''(\omega)u_i'(\omega+\rho) \geq 0$$

ce qui montre que $\frac{u_i'(\omega+\rho)}{u_i'(\omega)}$ est croissante. Comme u^{-1} est elle aussi croissante, c'est aussi le cas de la fonction

$$\frac{u_i'(u_i^{-1}(\omega)+\rho)}{u_i'(u_i^{-1}(\omega))} = [u_i(u_i^{-1}(\omega)+\rho)]'.$$

Finalement $g(\omega) = u_i[u_i^{-1}(\omega) + \rho]$ est , pour tout $\rho > 0$, croissante et convexe car sa dérivée est positive et croissante.

Lemme 3. Si on suppose pour toute fortune ω et pour tout $\rho > 0$:

$$r_1(\omega+\rho) \leq r_2(\omega)$$

alors la fonction $g(\omega) = u_1[u_2^{-1}(\omega) + \rho]$ est convexe croissante.

Preuve :
Par hypothèse :

$$-\left(\frac{u_1''(\omega+\rho)}{u_1'(\omega+\rho)}\right) \leq -\left(\frac{u_2''(\omega)}{u_2'(\omega)}\right)$$

par conséquent :

$$u_1''(\omega+\rho)u_2'(\omega) - u_2''(\omega)u_1'(\omega+\rho) \geq 0$$

ce qui montre que

$$\frac{u_1'(\omega+\rho)}{u_2'(\omega)}$$

est croissante. Comme u_2^{-1} est elle aussi croissante, c'est aussi le cas de la fonction

$$\frac{u_1'(u_2^{-1}(\omega)+\rho)}{u_2'(u_2^{-1}(\omega))} = [u_1(u_2^{-1}(\omega)+\rho)]'.$$

Finalement $g(\omega) = u_1[u_2^{-1}(\omega)+\rho]$ est , pour tout $\rho > 0$, croissante et convexe car sa dérivée est positive et croissante.

ANNEXE 3 : **Preuve résultat 3**

Résultat 3.

Si on suppose que l'indice absolu d'aversion au risque diminue quand la richesse augmente et si $g(\omega) = u[u^{-1}(\omega)+\rho]$ **vérifie la condition (*) du lemme 1 (en annexe 2) alors** $\sigma_b \geq \sigma_a$.

En d'autres termes, le montant minimum exigé par un demandeur assuré par une PJ pour renoncer au procès est supérieur à celui d'un demandeur bénéficiaire de l'AJ.

Preuve :

Il est difficile de comparer σ_a et σ_b solutions respectives des équations :

$$u(y_p - d + \sigma_a) = \Phi u(y_p) + (1-\Phi)u[y_p - d - (1-a)F]$$

et

$$u(y_p - d - \rho + \sigma_b) = \Phi u(y_p - \rho) + (1-\Phi)u[y_p - d - \rho - (1-b)F]$$

car cela va dépendre du type de concavité de la fonction u. Nous allons montrer que $\sigma_b - \sigma_a$ est du signe de :

$$g[\Phi v + (1-\Phi)w] - [\Phi g(v) + (1-\Phi)g(w')]$$

où :

$$\begin{aligned} g(\omega) &= u[u^{-1}(\omega)+\rho] \\ v &= u(y_p - \rho) \\ w &= u[y_p - \rho - d - (1-b)F] \\ w' &= u[y_p - \rho - d - (1-a)F] \end{aligned}$$

En effet par définition $\sigma_b - \sigma_a$ vaut :

$$\rho + u^{-1}\{\Phi u(y_p - \rho) + (1-\Phi)u[y_p - d - \rho - (1-b)F]\} - u^{-1}\{\Phi u(y_p) + (1-\Phi)u(y_p - d - (1-a)F)\}$$

qu'on peut aussi écrire, en posant $\Psi(x) = x + \rho$:

$$\Psi o u^{-1}[\Phi v + (1-\Phi)w] - u^{-1}\{\Phi u o \Psi(y_p - \rho) + (1-\Phi) u o \Psi[y_p - d - (1-a)F - \rho]\}$$

car $u(y_p) = u(y_p - \rho + \rho) = u o \Psi(y_p - \rho)$ et $u(y_p - d - (1-a)F) = u o \Psi[y_p - d - (1-a)F - \rho]$.

Si on remarque que $y_p - \rho = u^{-1}(v)$ et $y_p - d - (1-a)F - \rho = u^{-1}(w')$, on peut aussi écrire $\sigma_b - \sigma_a$ sous la forme :

$$\Psi o u^{-1}[\Phi v + (1-\Phi)w] - u^{-1}[\Phi u o \Psi o u^{-1}(v) + (1-\Phi) u o \Psi o u^{-1}(w')].$$

Mais comme u est croissante une différence $x - y$ a même signe que $u(x) - u(y)$, donc en posant $g = u o \Psi o u^{-1}$, le signe de $\sigma_b - \sigma_a$ est aussi celui de :

$$g[\Phi v + (1-\Phi)w] - [\Phi g(v) + (1-\Phi)g(w')]$$

D'après les lemmes 1 et 2 (en annexe), cette dernière expression est positive :

$$\sigma_b \geq \sigma_a$$

ANNEXE 4 : **Preuve résultat 4**

Résultat 4.

Si on suppose que les indices absolus d'aversion au risque vérifient les conditions du lemme 3 et si $g(\omega) = u_2[u_1^{-1}(\omega) + \rho]$ **vérifie la condition** (*) **du lemme 1 alors** :

$$\sigma_{2b} \geq \sigma_{1a}$$

On doit situer σ_{1a} et σ_{2b} solutions respectives des équations :

$$u_1(y_p - d + \sigma_{1a}) = \Phi u_1(y_p) + (1-\Phi)u_1[y_p - d - (1-a)F]$$

et

$$u_2(y_p - d - \rho + \sigma_{2b}) = \Phi u_2(y_p - \rho) + (1-\Phi)u_2[y_p - d - \rho - (1-b)F]$$

En fait nous allons montrer dans une démonstration proche de celle du résultat 3 que $\sigma_{2b} - \sigma_{1a}$ est du signe de :

$$g[\Phi v + (1-\Phi)w] - [\Phi g(v) + (1-\Phi)g(w')]$$

où :

$$\begin{aligned} g(\omega) &= u_1[u_2^{-1}(\omega) + \rho] \\ v &= u_2(y_p - \rho) \\ w &= u_2[y_p - \rho - d - (1-b)F] \\ w' &= u_2[y_p - \rho - d - (1-a)F] \end{aligned}$$

En effet, par définition $\sigma_{2b} - \sigma_{1a}$ vaut :

$$\rho + u_2^{-1}\{\Phi u_2(y_p - \rho) + (1-\Phi)u_2[y_p - d - \rho - (1-b)F]\} - u_1^{-1}\{\Phi u_1(y_p) + (1-\Phi)u_1[y_p - d - (1-a)F]\}$$

qu'on peut aussi écrire, en posant $\Psi(x) = x + \rho$:

$$\Psi o u_2^{-1}[\Phi v + (1-\Phi)w] - u_1^{-1}\{\Phi u_1 o \Psi(y_p - \rho) + (1-\Phi)u_1 o \Psi[y_p - d - (1-a)F - \rho]\}$$

or $y_p - \rho = u_2^{-1}(v)$ et $y_p - d - (1-a)F - \rho = u_2^{-1}(w')$.
Ainsi $\sigma_{2b} - \sigma_{1a}$ vaut :

$$\Psi o u_2^{-1}[\Phi v + (1-\Phi)w] - u_1^{-1}[\Phi u_1 o \Psi o u_2^{-1}(v) + (1-\Phi)u_1 o \Psi o u_2^{-1}(w')].$$

Comme u_1 est croissante, en posant $g = u_1 o \Psi o u_2^{-1}$, on constate que $\sigma_{2b} - \sigma_{1a}$ est du signe de :

$$g[\Phi v + (1-\Phi)w] - [\Phi g(v) + (1-\Phi)g(w')]$$

D'après les lemmes 1 et 3 (annexe 2), cette dernière expression est positive :

$$\sigma_{2b} \geq \sigma_{1a}$$

On a donc :

$$\sigma_{2a} \leq \sigma_{1a} \leq \sigma_{2b} \leq \sigma_{1b}$$

Il apparaît ainsi :

- qu'un demandeur marginal assuré dont l'aversion pour le risque est "forte" ($r_2(\omega)$) exige un montant d'arrangement plus faible qu'un demandeur marginal assuré dont l'aversion pour le risque est plus faible ($\sigma_{2b} \leq \sigma_{1b}$).
- qu'un demandeur marginal bénéfciaire de l'AJ dont l'aversion pour le risque est "forte" ($r_2(\omega)$) exige un montant d'arrangement plus faible qu'un demandeur marginal bénéficiaire de l'AJ dont l'aversion pour le risque est plus faible ($\sigma_{2a} \leq \sigma_{1a}$).
- que les montants minimum exigés par les demandeurs marginaux pour renoncer au procès sont plus faibles sous l'AJ que sous la PJ.